北海道教育大学附属釧路中学校 数学科 授業力向上セミナー
「主張発表」及び「学習指導案」

令和２年(2020年)10月31日　赤本　純基

□ 主張発表

【題材名】　速算の探究

【主な数学的活動】

イ　数学の事象から問題を見いだし解決する活動

ウ　数学的な表現を用いて説明し伝え合う活動

■本時の目標

一の位の数が５で，十の位の数が同じ２桁の数の乗法の速算方法（下２桁が一の位の数同士の積25，３桁目以上が一の位の数とそれに１を足した数の積）の仕組みについて，数や文字式を用いて説明できる。

■本時の位置付けについて

本時は学習指導要領では，「Ａ（２）簡単な多項式 イ（イ）文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明すること」にあたります。この内容を数学的活動，特に「数学の事象から問題を見いだし解決する活動」を通して扱う場面として位置付きます。

■本時の主張

本時の主張は(1)から(3)の３点あります。

(1) 課題を明確化させる工夫

導入では，35×35と65×65の筆算を生徒にさせた後に，生徒と私が別な２桁の自然数の平方について，筆算で競争をします。私は，34×34では通常の筆算で計算をします。ところが25×25や85×85では私はパッと計算できてしまう。生徒は，なぜ私はパッと計算できるのか，どんなときにパッと計算できているのかが気になってきます。そのタイミングで「私はどんなときにパッと計算できているのかな？」と問いかけます。「2桁の自然数で一の位が５のときだ」,「でも，どんな方法なの？」と考え始めるでしょう。方法が見つかる生徒と見つけられない生徒が混在するので，徐々に全生徒が見つけられるように働きかけていきます。このような流れで速算方法を学級全体で見いだしていきます。

この文脈で問題提示をすると，速算方法を見つけた生徒が「なぜこの方法で計算できるのかな？」と自然に思うはずです。この生徒の「？」を生かし課題を明確化していくので

す。なお，この際に速算できない２桁の数の平方の筆算をわざと板書に残しておくことで，探求が始まってからの比較材料となるようにしかけ，考える材料の種まきをしておきます。

課題

$$\begin{array}{r} 35 \\ \times\ 35 \\ \hline \underbrace{12}_{3\times(3+1)}\underbrace{25}_{5\times5} \end{array}$$

なぜこの方法で計算ができるのだろうか。

この事象を取り扱うときに，教科書では本時で扱うような「一の位の数が５で，十の位の数が同じ２桁の数の乗法」をはじめに扱った後，「一の位の数の和が 10 で，十の位の数が同じ２桁の数の乗法」という文脈を設定しているものと，はじめから「一の位の数の和が 10 で，十の位の数が同じ２桁の数の乗法」を扱うというものがあるようです。なぜ私が前述した事象の取扱いからはじめたのかというと，生徒に事象についての問題発見・解決の力をつけるためには，この事象の場合特殊→一般という流れにすると次のような２点のメリットがあると考えたからです。１点目に，「一の位の数が５で，十の位の数が同じ２桁の数の乗法」についての探求の方が，生徒が速算方法の仕組みについて考えやすいから，２点目に，特殊→一般の流れにすることによって，生徒に証明を振り返って発展的に考えるという経験をさせることができると考えたからです。

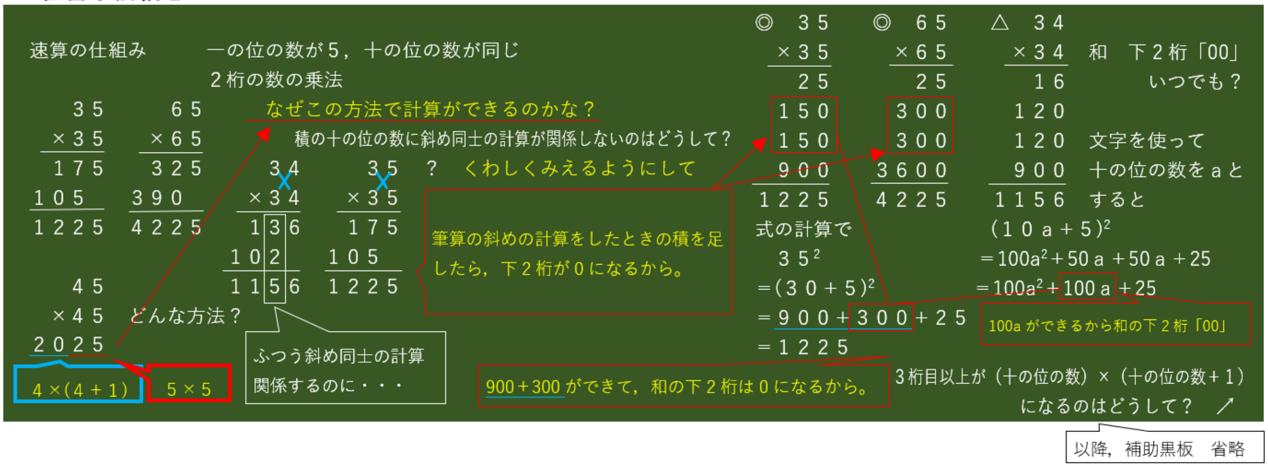
(2) 速算の仕組みの探究を焦点化した問いとする工夫

課題を明確化させた後，すぐに自由に探求させたいところですが，教材の本質は速算の仕組みの理解にありますので，「34×34 の筆算では，斜めの計算結果が，34×34 の答の十の位の数に関係しているのに，なぜ２桁の自然数で一の位が５の数の平方では，斜めの計算結果が答の十の位の数に関係しないのかな？」と問いかけて，仕組みの探求に焦点化します。教科書ではすぐに文字式で説明させる流れが多いようですが，その流れでは速算の仕組みの理解にはいたっていないと思うのです。この教材の探求では，文字式に急ぐ必要はないと考えます。速算の仕組みの探求のために，筆算をよく観察させるようにしたいのです。すると，斜めの計算結果の和が下２桁が０になるからだと気付きはじめます。でも通常の筆算のままでは，その仕組みがよく見えません。そこで斜めの計算結果がよく見えるようにするために，４段筆算を観察します。十の位が偶数であれば斜めの計算結果はどちらも下２桁が０，十の位が奇数であれば斜めの計算結果はどちらも下２桁が 50 になり，いずれにしても和は下２桁が０になることが明らかとなります。さらに，別な考えとして，数を $(30+5)^2$ として展開すると 900＋300＋25 となり，斜めの計算結果は 300 のところに表れるのだから，斜めの計算結果の下２桁は０になるということを引き出します。そして，４段筆算と横並びの計算過程を見比べて，斜めの計算結果の和を関連付けていくのです。ここで，文字を使って，斜めの計算結果が答の十の位の数に関係しない説明を取り上げ，関連付けます。このとき，文字式の計算で，$(10a+5)^2$ をわざとに乗法公式を使わず

に，分配法則で計算する過程を黒板に残しておきます。この過程が次時の探求に役立つように，種まきをしておくのです。これで，4 段筆算，横並びの式，文字式が並びました。ポイントを聞くと，斜めの計算結果の和の下 2 桁が 0 であること，文字式の 100a が重要であることが浮き彫りとなると考えます。

次に気になってくるのは，なぜ 3 桁目以上は（十の位の数）×（十の位の数＋1）になるのかということになります。ここまで進んでいると，文字式を使い始める生徒が多いと考えます。もしかしたら，横並びの数をみて，3×（3＋1）が生まれるように考え始める生徒もいるかもしれません。何が言いたいことなのか逆思考させていくように働きかけていくことで，最後に言いたいことは a（a＋1）という式の形が出てくればいい，じゃあ式を目的に合わせて変形すればよいのではないか，因数分解をすれば 100×a（a＋1）＋25 となる！などという展開にしたいのです。

板書事前構想



(3) 振り返りの工夫

振り返りでは，「この方法で計算できるのかの理由を考えるときに，どんな考えが大切だったかな？」と問うことで，筆算の斜めの計算結果の和の下 2 桁が 0 になるから積に関係しないと考えたところ，文字式だと 100 a のところに対応していたところが大切，3 桁目以上が（十の位の数）×（十の位の数＋1）になることは，文字式だったら a（a＋1）が出てくるように式を，100 a ＋100 a ＋25＝100× a（a＋1）＋25 と目的に合わせて変形するところが大切と速算方法の仕組みについてのポイントをまとめます。時間があれば，ここで「皆さんだったら，次にどんなことを考えますか？」と問うて，次時の問題を設定するということも考えられます。

このような授業展開とすることで，速算方法の仕組みについて，数や文字式を用いて説明できるという本時の目標達成をねらいます。特に学校研究と関わる部分は，4，5 頁に示したとおりです。

■算数・数学科におけるリーダーシップ・フォロワーシップの育成について

算数・数学科における Ls/Fs 育成のポイントは「問題解決力・社会的協働性」

＜算数・数学科で目指す子供の姿＞

「リーダーシップ・フォロワーシップ」の育成のため，算数・数学科においては今年度，「問題解決力・社会的協働性」の育成に焦点をあて，研究を進めていく。算数・数学科における「問題解決力・社会的協働性」とは，事象を数理的に捉え，数学の問題を見いだし，問題を自立的，協働的に解決するプロセスを遂行することを通して育成された，数学的に考える資質・能力と捉えた（文部科学省，2018）。

授業において「問題解決力・社会協働性」が最も表れる場面は，「集団思考」の場面である。このことについて，湊氏は次のように述べている。「知識は普遍的，客観的なものではなく主観的，個人的なものである。個人的知識を学級などにおいて練り合い，練り上げることは，社会的相互作用論によって支持されている。子どもの主体的活動のもとで知識は協働によって変容を遂げ，広い客観性を獲得する。練り合い，練り上げは知識の普遍化を達成する。練り合い，練り上げの活動を通して，個人で構成した知識の意味を明確化し，この知識と他の子どもが構成した知識との異同，自分の知識の特徴などが明確になる。(湊，1999　下線筆者)」このように，個人の資質・能力は，「集団思考」における対話的な学びによって確かなものとなるのである。

一人の子供の説明を他の子供がただ黙って聞いているのではなく，説明を聞いてどのように考えたのか読み取ろうとしなければ，「問題解決力・社会的協働性」は身に付かない。したがって，「集団思考」を通して，どの子供も自らの学習状況を把握し，学習の進め方について試行錯誤しながら，学ぼうとするように教師は働きかけを工夫しなければならないと考える。

本校算数・数学科における授業の指導過程

1　問題の把握
2　予想する
3　課題の明確化

個人思考・集団思考
4　課題を解決する
5　問題を解決する

6　練習をする

授業の流れは上の１～６を基本とするが，「いつでも」「必ず」というものではない。指導目標や問題，子供の実態などに応じて，柔軟に展開する。

算数・数学科における「目指す子供の姿」を実現するための手立て

①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する。

②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり，式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる。

①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する。

「問題解決力・社会協働性」育成の成否は，「よりよい考えに高める・本質を明らかにする」という対話的な学びを中心的に扱う「集団思考」にかかっている。そのためには，まず，子供に期待する反応や予想される反応をできうるかぎり想定する。そして，それらをどのような順番で取り上げて生かしていくか，精選された発問を用意し，その発問を提示するまでの計算された段取りを構想する。

②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり，式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる。

「個人思考」と「集団思考」を段階的にとらえず，「自分なりの考えを暫定的にもち，集団で考え合い，問いが生まれたときに，要所で立ち止まり，個人やペアで考え，また集団で練り合う」など，よりよい考えに高めたり，事柄の本質を明らかにしたりするように適切に働きかける。その際，意図的に誤答や途中までの考えを取り上げ，みんなで考え合うようにする。式や答えなど結果を先に取り上げ，過程を逆思考させることも考えられる。また，個人思考の時間に考えの一部を「部分提示」として板書させ，考えた子供と違う子供に「他者説明」させることが「集団思考」を充実する基本と考える。

引用・参考文献

文部科学省（2018）．学習指導要領（平成 29 年告示）解説　数学編．日本文教出版．
湊三郎（1999）．練り合い，練り上げ，振り返る活動の意義　CREAR7 多様な考えを生かせる子ども（pp.229-234.）．ニチブン．
早勢裕明 編著（2020）．中学校数学科　Before&After でみる　実践！全単元の「問題解決の授業」，明治図書．

■本時で目指す子供の姿

今日の授業における「問題解決力・社会協働性」を高めるためのポイント

一の位の数が 5 で，十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法の速算方法「下 2 桁が一の位の数同士の積 25，3 桁目以上が一の位の数とそれに 1 を足した数の積」の仕組みについて，数や文字式を用いた説明について学級全体で話し合い，それについて学級全体が納得する姿となるように働きかける。

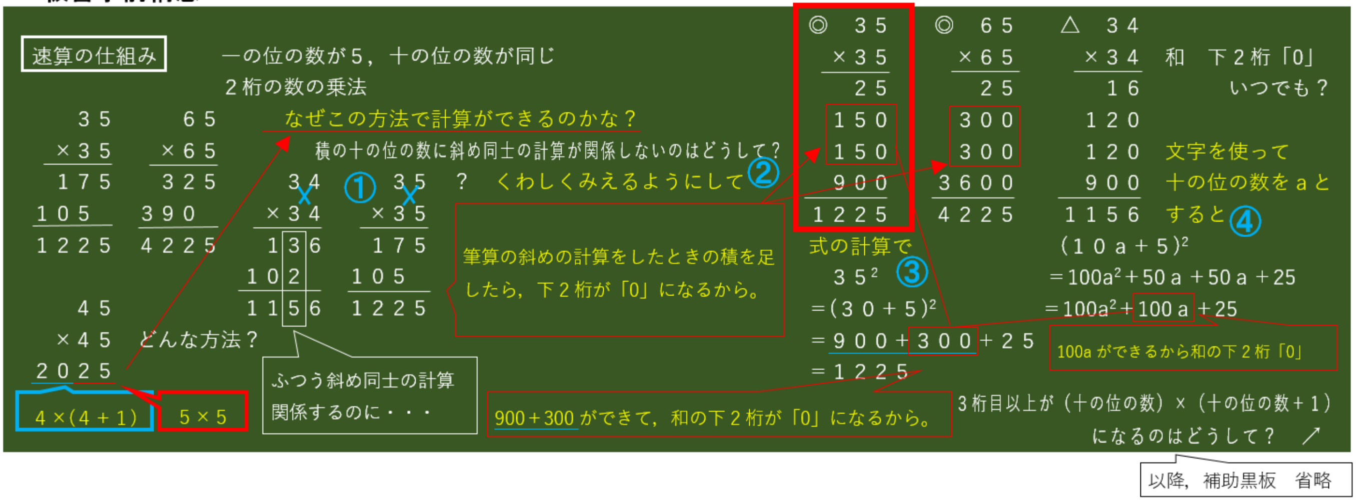
■本時における学び合いのポイント

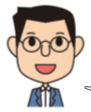
今日の授業における「目指す子供の姿」を実現するための手立て

①効果的な「集団思考」となるように指名計画を構想する。→①，②，③，④

②意図的に誤答や途中までの考えを取り上げたり，式や答えなど結果を先に取り上げたりして過程を逆思考させる。→□

板書事前構想





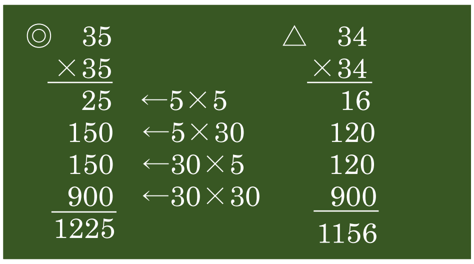
教師

34×34 の筆算だったら，積の十の位の数字が決まるのに斜めの計算が関係するのに，この方法では関係しないのはどうしてなのかな？

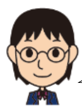
この場合は筆算の斜めの計算をしたときの積を足したら，下 2 桁が 0 になるからだよ。

ちょっとわかりにくいな。

詳しく書き表した筆算でみると，筆算の斜めの計算をしたときの積を足したら，下 2 桁が 0 になることがわかるかな？



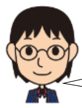
筆算の斜め同士の計算をしたときの積を足したら，下 2 桁が 0 になってるね。



横に並べた式で計算すると，$(30+5)^2=900+300+25=1225$ で 900＋300 ができるから，やっぱり下 2 桁は 0 になる。

300 の部分って詳しく書き表した筆算だったら，どこに対応しているのかな？

詳しく書き表した筆算の 150 と 150 の和が 300 の部分に対応しているよ。



いつでも筆算の斜め同士の計算をしたところの和は下 2 桁が 0 になるのかな？

□ 学習指導案

日　時　令和２年10月20日(火)，31日(土)　　生　徒　３年Ａ組，Ｃ組
授業場　３年Ａ組教室，Zoom　　授業者　赤　本　純　基

１．単元名

１章　多項式

２．単元の目標

単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解について，数学的活動を通して，次の事項を身に付けることを目標とする。

(1)数や図形の性質を証明するために，式の展開や因数分解を用いて式変形することができるよさに気付き，分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，一次式の乗法，次の乗法公式を用いる式の展開や因数分解をすることができる。$(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$，$(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$，$(a+b)(a-b)=a^2-b^2$，$(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$

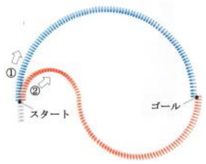
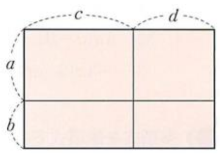
(2)既習の分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解の方法と関連付けて，未習の式の展開や因数分解をする方法について説明したり，文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明したりすることができる。

(3)数や図形の性質を証明するために，式の展開や因数分解を用いて式変形しようとしたり，文字を用いた式を使った証明の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

３．単元の評価規準

知識・技能	思考・判断・表現	主体的に学習に取り組む態度
ア　図形の性質を証明するために，式の展開を用いて式変形することができるよさに気付く。 イ　単項式と多項式の乗法及び多項式を単項式で割る除法の計算をすることができる。 ウ　一次式の乗法及び次の乗法公式を用いる式の展開や因数分解をすることができる。 $(a+b)^2=a^2+2ab+b^2$ $(a-b)^2=a^2-2ab+b^2$ $(a+b)(a-b)=a^2-b^2$ $(x+a)(x+b)=x^2+(a+b)x+ab$ エ　式の展開や因数分解を利用して，数の計算や式の値を求めることができる。	ア　既習の分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解の方法と関連付けて，未習の式の展開や因数分解をする方法について説明できる。 イ　文字を用いた式で数量及び数量の関係を捉え説明できる。	ア　既習の分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解の方法と関連付けて，未習の式の展開や因数分解をする方法について説明しようとしている。 イ　分配法則を基にした単項式と多項式の乗法，多項式を単項式で割る除法，一次式の乗法，乗法公式を用いる式の展開や因数分解について学んだことを，新たな数や図形の性質の証明に生かそうとしたり，文字を用いた式を用いた証明の過程を振り返って評価・改善しようとしたりしている。

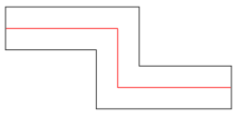
4．単元のデザイン（全 20 時間）

時	○学習活動・学習内容	手立て	評価の観点		
			知	思	態
1	◯文字を用いた式とその計算を利用することを通して，文字のよさに気付く。 問題 右のように，ドミノを一定の間隔でたくさん並べます。最初のドミノを倒すと並べたドミノは，ほぼ一定の速さで次々と倒れていきます。 ①と②のコースでは，どちらが先にゴールするだろうか。  単元の問い 数や図形の性質を証明するために，どんな式変形が必要なのかな？	8 個人思考・集団思考において ◯　$(a+b+3)(a+b+2)$ $=(X+3)(X+2)$ この式をかいている生徒は，どのように考えているのかな？ ・a+b を X とおきかえた	ア		
2	◯単項式と多項式の乗法の計算や多項式を単項式でわる除法の計算をする。 問題 次の式は，どのように計算すればよいのだろうか。 (1)　$2a(3a-5b)$　(2)　$2x(x+3)+x(2-x)$ (3)　$(4xy^2+6x^2y)\div 2x$ 小単元の問い 多項式と多項式の乗法の計算はどのようにすればよいのかな？	・何のためにおきかえたのかな？ ・公式４を使うためにおきかえた ◯続きはどのように考えればよいのかな？ ・$(a+b+3)(a+b+2)$ a+b を X とおくと $=(X+3)(X+2)$	イ		
3	◯式を展開することの意味を知り，多項式どうしの積を展開する。 問題 右の図の長方形の面積を表す式をかこう。 	展開する $=X^2+5X+6$ X に a+b をもどす $=(a+b)^2+5(a+b)+6$ $=a^2+2ab+b^2+5a+5b+6$ ○前の時間とこの時間の２時間で取り扱った式の展開を見	ウ 記録		
4	◯乗法公式１を見いだし，それを利用して式を展開する。 $(x+5)(x+2)$ $=x^2+2x+5x+10$ $=x^2\boxed{+7}x+10$ $(x+5)(x-2)$ $=x^2-2x+5x-10$ $=x^2\boxed{+3}x-10$ $(x-5)(x+2)$ $=x^2+2x-5x-10$ $=x^2\boxed{-3}x-10$ $(x-5)(x-2)$ $=x^2-2x-5x+10$ $=x^2\boxed{-5}x+10$ 問題 $\boxed{}$や◯に入る数は，どのように決まるのだろうか。	比べて，式を展開する方法の共通点は何だろうか。 ・式の形に着目して，どの乗法公式が利用できるか考えた ・乗法公式が利用できるように，式の一部をほかの文字におきかえた 以降省略	ウ		
5	◯乗法公式２，３を見いだし，それを利用して式を展開する。 問題 一辺の長さが x ｍの正方形の花だんがある。この花だんの一辺の長さを２ｍずつ長くしたとき，もとの花だんの面積よりどれだけ面積は大きくなるだろうか。	16 個人思考・集団思考において ◯　$2n\times(2n+2)+1$ $=4n^2+4n+1$ と式をかいている生徒は，	ウ		

6	○乗法公式４を見いだし，それを利用して式を展開する。 乗法公式１～４のつながりを振り返り，式の形に着目して，どの乗法公式を利用することができるか判断する。 問題 一辺の長さが x m の正方形の花だんがある。この花だんの縦の長さを２m長く，横の長さを２m短くしたとき，もとの花だんの面積と等しくなるだろうか。	どのように考えているのかな？ ・n を整数として，連続する２つの偶数は 2n，2n＋2 と表した ・「連続する２つの偶数の積に		ア	
7	○式の形に着目し，どの乗法公式を利用できるか予想し，乗法公式が利用できるように，式の単項式の部分をほかの文字におきかえて，（多項式）×（多項式）を展開する方法を説明する。 問題 $(2x+1)(2x+3)$　を展開しよう。	１を加える」ことは，$2n(2n+2)+1$ を計算することを意味している ・$2n(2n+2)+1$ を計算すると，$4n^2+4n+1$ になる		ア 記 録	
8	○式の形に着目し，どの乗法公式を利用できるか予想し，乗法公式が利用できるように，式の多項式の部分をほかの文字におきかえて，（多項式）×（多項式）を展開する方法を説明する。 （多項式）×（多項式）が組み合わさった式を展開する。 問題１ $(a+b+3)(a+b+2)$　を展開しよう。 問題２ $2(x+5)^2+(x+3)(x-3)$　を計算しよう。	○これで「いつでも『連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる』こと」を証明したことになるのかな？ ・証明したいことが「奇数の２乗になる」ことだから，$4n^2+4n+1$ を$(奇数)^2$という形		ア	ア 記 録
9	○面積が x^2 や１の正方形や面積が x の長方形を使って，いろいろな面積の長方形をつくり，縦と横の長さがどんな式で表されるのか考えることを通して，式の展開とは逆に多項式をいくつかの式の積で表す。 問題 (1)から(4)の面積の長方形をつくるとき，縦と横の長さはどんな式で表されるだろうか。 (1)　x^2+2x　　(2)　x^2+3x+2 (3)　x^2+4x+3　　(4)　x^2+5x+6 小単元の問い 式の展開と反対の計算はどのようにすればよいのかな？	の式に変形しなければいけない ・$4n^2+4n+1$ は$(2n+1)^2$と因数分解できる ・$2n+1$ は奇数を表しているから，連続する２つの偶数の積に１を加えた数は，奇数の２乗になる 以降省略	ウ		
10	○共通因数をくくり出し，式を因数分解する。 問題 x^2+2xy　を因数分解しよう。	17 個人思考・集団思考において ○$S=(2a+x)^2-x^2$	ウ		
11	○乗法公式１を逆にみて，公式１’を見いだし，それを利用して式を因数分解する。 問題 $x^2+7x+12$　を因数分解しよう。	$=4a^2+4ax$ と式を立てた生徒は，どのように考えたのかな？	ウ		
12	○乗法公式２～４を逆にみて，公式２’～４’を見いだし，それを利用して式を因数分解する。 ○式を因数分解するときに，どの公式を利用すればよいか判断する方法を説明する。 問題１ x^2+6x+9　を因数分解しよう。 問題２ x^2-25　を因数分解しよう。	・x^2 は白い部分の正方形の面積を表している ・$(2a+x)^2$ は何を表してるのかな ・$2a+x$ は大きな正方形の一辺を表している （同様に，$S=a(a+x)\times4$，$S=$	ウ 記 録		
13	○式の形に着目し，どの因数分解の公式を利用できるか予想し，式を因数分解する方法を説明する。	$\{x+(2a+x)\}\times a\times1/2\times4$ についても取り上げる）		ア 記 録	

<table>
<tr><td></td><td>問題１
$2x^2+4x-16$　を因数分解しよう。

問題２
次の式を因数分解しよう。
(1)　$4x^2+4x+1$　(2)　$9x^2-4y^2$</td><td rowspan="7">○変形した式を振り返って，道路のセンターラインの長さをℓとして考えると，どんな新たな性質が見つかりそうかな？
・$S=4a^2+4ax$
$=a\times(4a+4x)$
$=a\ell$　　以降省略</td><td></td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>14</td><td>○式の形に着目し，どの因数分解の公式を利用できるか予想し，因数分解の公式が利用できるように，式の多項式の部分をほかの文字におきかえて，式を因数分解する方法を説明する。
問題
次の式を因数分解しよう。
(1)　$a(x+y)-b(x+y)$　(2)　$(x+y)^2+3(x+y)+2$</td><td></td><td>ア</td><td>ア
記
録</td></tr>
<tr><td>15</td><td>○式の展開や因数分解を使って，数の計算や式の値を求めることを通して，公式の有用性に気付く。
問題
102×98　を計算しよう。

小単元の問い
式の展開や因数分解はどのように使えるのかな？</td><td>エ
記
録</td><td></td><td></td></tr>
<tr><td>16</td><td>○連続する２つの偶数の積に１を加えた数がどんな数になるのか予想し，それがいつでも成り立つことを証明する。
問題
…　-8　-6　-4　-2　0　2　4　6　8　…
1を加える　48→49　24→25　8→9　0→1　0→1　8→9　24→25　48→49
連続する２つの偶数の積に１を加えると，どんな数になるだろうか。</td><td></td><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>17</td><td>○文字を用いた式を使って，幅が一定の図形の面積の性質を説明する。
問題
右の図のように，直角に曲がった道がある。幅は2ｍで，真ん中を通る線の長さは15ｍである。
この道の面積を求めよう。
</td><td></td><td>イ
記
録</td><td></td></tr>
<tr><td>18</td><td>５～７　参照</td><td></td><td>イ</td><td></td></tr>
<tr><td>19</td><td>５～７　参照</td><td></td><td>イ
記
録</td><td>イ
記
録</td></tr>
<tr><td>20</td><td>○単元末テスト</td><td></td><td>全
記
録</td><td>全
記
録</td><td></td></tr>
</table>

５．本時の目標（18/20）

一の位の数が 5 で，十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法の速算方法（下 2 桁が一の位の数同士の積 25，3 桁目以上が一の位の数とそれに 1 を足した数の積）の仕組みについて，数や文字式を用いて説明できる。

６．本時の展開

学習活動　・子供の姿　手立て 教師の働きかけ（〇発問，△補助発問，□指示・説明）	◇評価の内容　【 】評価の観点 ・指導上の留意点
1 問題の把握･課題の明確化 問題　次の筆算をしよう。 35 × 35　　65 × 65 ・35 × 35 = 175, 105 → 1225　　65 × 65 = 325, 390 → 4225 ・一の位の数が 5 で十の位の数が同じ 2 桁の数のかけ算	・後で 4 段筆算と比較検討させるために，実際に筆算をさせたものを板書に残す。 ・次にどんな筆算を書こうとしているのか考えさせて，命題を生徒につくらせるように促していく。
〇私はパッと計算することができます。どんな方法かな？ ・45 × 45 = 2025 ・下 2 桁が 5×5 で 25 になって，3 桁目以上が，例えば 45×45 だったら，4×5 で 20 というように，(十の位の数)×(十の位の数＋1)になっている。 ・不思議　・なぜだろう。	・34×34 や 27×27 の筆算では，速算方法で計算できないことを確認し，「この方法（速算方法）が使えるのは，どんな数のときかな？」と問いかけ，命題（一の位の数が 5 で，十の位の数が同じ 2 桁の数の積は，下 2 桁が一の位の数同士の積 25，3 桁目以上が一の位の数とそれに 1 を足した数の積になる）を生徒につくらせるようにする。
課題　3 5 × 3 5 = 1 2 2 5（3×(3＋1)　5×5） なぜこの方法で計算ができるのだろうか。	・原題の「一の位の数が 5 で，十の位の数が同じ 2 桁の数」に該当する数は，十の位が 1 から 9 の場合の 9 通りしかないため，速算方法の一般性は問題になりにくく，次時で文字式から速算可能な数の条件を見いだす方法を理解するためには，原題で速算の仕組みの理解を深める必要があるため，「なぜこの方法で計算ができるのか」という仕組みを課題にする。
2 個人思考･集団思考Ⅰ 〇ふつう 34×34 の筆算のように，斜め同士の計算結果が十の位の数に関係するから一の位の積がそのままおりてくることはないのに、どうしてこの方法のときは斜め同士の計算結果が十の位の数に関係せずに一の位の積がそのままおりてくるのかな？	・34×34 の筆算の手続きを参照しながら一の位の数が 5 で十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法では，「斜め同士の数の積が全体の積に影響しない」ことを示し，速算の仕組みを考えることに問題を焦点化する。

❶この場合は筆算の斜めの計算をしたときの積を足したら，下2桁が0になるから。

・ちょっとわかりにくい。

❷詳しく書き表した筆算でみると，筆算の斜め同士の計算をしたときの積を足したら，下2桁が0になるから。

```
  35            65
×35           ×65
  25  ←5×5      25  ←5×5
 150  ←5×30    300  ←5×60
 150  ←30×5    300  ←60×5
 900  ←30×30  3600  ←60×60
1225          4225
```

❸横に並べた式で計算すると，

$(30+5)^2$

$=900+300+25$

$=1225$

で300が筆算の斜め同士の計算結果の和で，下2桁は0になるから。

○300の部分って詳しく書き表した筆算だったら，どこに対応しているのかな？

・詳しく書き表した筆算の150と150の和が300の部分に対応しています。

○いつでも筆算の斜め同士の計算をしたところの和は下2桁が0になるのかな？

・文字を使えばいえそう。

❹十の位の数をaとすると，

$(10a+5)^2$

$=100a^2+50a+50a+25$

$=100a^2+100a+25$

で筆算の斜めの計算をしたところの和は100aになるから，下2桁はいつでも0になる。

・解決の見通しが立たない生徒には，キーワードを生徒に発言させたり，それらを板書したりロイロノートで生徒のノートの様子を共有したりして，自分なりの考えがもてるよう促す。

・速算の仕組みを捉え，構造的な見方を促す手立てとして4段筆算の考えを取り上げる。4段筆算は，斜め同士の数の積の和の下2桁が0になり，全体の積の下2桁に影響しないという仕組みを顕在化させるため，生徒の思考の焦点を速算の仕組みに移す契機となりうる。34×34の4段筆算と比較させる。

・4段筆算をしている生徒がいない場合は，教師から示し，4段筆算を共有する。

・通常の筆算による説明，4段筆算による説明の順に考えを取り上げ，斜め同士の数の積の和の下2桁が0になり，全体の積に影響しないことを共有する。

・数字の式を使った考えを取り上げ，4段筆算で捉えた斜め同士の数の積の和の下2桁が0になることが，$(30+5)^2=900+300+25$ の300に対応することに気付かせる。

・時間の都合で，❸の考えを取り上げないことも考えられる。

・ロイロノートで生徒の考えを比較し，筆算と式を関連付けて考えるように働きかける。

$$
\begin{array}{rl}
35 & \\
\times 35 & \\
\hline
25 & \leftarrow 5\times 5 \\
\boxed{150} & \leftarrow 5\times 30 \\
\boxed{150} & \leftarrow 30\times 5 \\
900 & \leftarrow 30\times 30 \\
\hline
1225 &
\end{array}
\qquad
\begin{aligned}
&(30+5)^2\\
&=900+\boxed{300}+25\\
&=1225
\end{aligned}
$$

◇筆算の斜め同士の数の積が全体の積に影響しない理由を数や文字式を用いて説明している。(行動観察)【思考・判断・表現】

○100a の部分って詳しく書き表した筆算や横に並べた式の計算だったら，どこに対応しているのかな？

・詳しく書き表した筆算の 150 と 150 の和や 900＋300＋25 の 300 に対応しています。

3　個人思考･集団思考Ⅱ

○では，3 桁目以上が(十の位の数)×(十の位の数＋1)になるのはどうしてなのかな？

・このままじゃ，説明できていない。
・3×(3＋1)（もしくは，a×(a＋1)）が出てくるように式を変形しなければいけない。

❶$100a^2+100a+25=100a(a+1)+25$ となり，100a(a＋1) は，3 桁目以上の(十の位の数)×(十の位の数＋1)を表しているから。

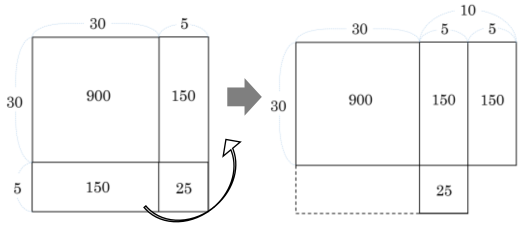
❷$10a\times10(a+1)=100a^2+100a$ となり，10a×10(a＋1)は，3 桁目以上の(十の位の数)×(十の位の数＋1)を表しているから。

4　振り返り

○この方法で計算できるのかの理由を考えるときに，どんな考えが大切だったかな？

・斜め同士の計算したところの和の下 2 桁が 0 になるから，斜め同士の計算結果が積の十の位に関係しないところ。文字式だと 100a に関連していると考えたところが大切。
・3 桁目以上は，a×(a＋1)が出てくるように式を，$100a^2+100a+25=100a(a+1)+25$ と目的に合わせて変形するところが大切。

・速算の仕組みの理解を深めるために，文字式を使った説明をさせる。
・文字式と 4 段筆算を対応付け，100a が斜め同士の数の積の和であることに気付かせる。
・図形の考えは時間の都合で取り上げない。



・a(a＋1)の係数 100 が 3 桁目以上の数を表すことに気付かせる。
・$100a^2+100a+25=100a(a+1)+25$ と式変形している生徒がいない場合は，教師から示し，式変形の目的を逆思考させる。
・❷の考えは無理に取り上げない。

◇筆算の積の 3 桁目以上が(十の位の数)×(十の位の数＋1)になる理由を文字式を用いて説明している。（行動観察）【思考・判断・表現】

・「問題」について，理由を考えるときに大切だった考えについて振り返り，まとめることで，学んだことを整理し，自覚化させ，次時の文字式から速算可能な数の条件を見いだすことにつながるように促す。
・「みなさんなら，このあとどんなことを考えるかな？」と問いかけ，次時の学習内容につなげていくことも考えられる。

７．次時の目標（19/20）

前時で学習した速算が可能な数の範囲を広げ，その一般的条件「一の位の数の和が 10」を文字式から論理的に導くことができる。

文字式から事象の仕組みが読み取れることや読み取った仕組みを基にして，新たな速算をつくることができる。

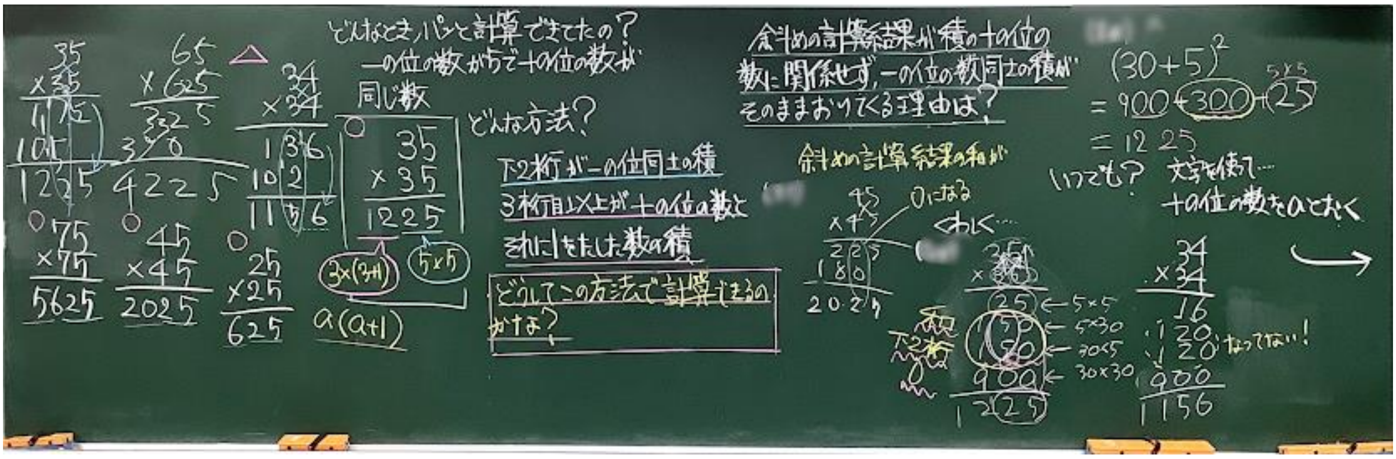
８．本時の展開

学習活動　・子供の姿　手立て 教師の働きかけ（〇発問，△補助発問，□指示・説明）	◇評価の内容　【 】評価の観点 ・指導上の留意点
１　問題の把握 〇前の時間に，一の位の数が 5 で十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法では，下二桁は一の位の 5 の積で 25，3 桁目以上は(十の位の数)×(十の位の数＋1)になるのはなぜかについて学習しました。 問題 一の位の数が 5 ではなく十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法でも，同じ方法で計算できる数はあるのだろうか。	・前時 $\begin{array}{r} 3\ 5 \\ \times\ 3\ 5 \\ \hline 1\ 2\ 2\ 5 \end{array}$ 3×(3＋1)　5×5 ・前時の板書を掲示し，本時の問題把握につなげる。 ・同じ方法で計算することができない例として 39×34 を示し，十の位の数が同じ平方数でなくてもよいことを確認し，問題の把握を促す。
２　個人思考･集団思考 ❶いろいろな場合について実際に筆算の計算をして，一の位の数の和が 10 の式と見つけた。 ❷前の時間の文字式による説明を振り返って，$(10a+5)^2=100a^2+50a+50a+25=100a^2+100a+25$ の 100a をつくればよいことに着目して見つける。 ❸十の位の数を a，一の位の数を b，c として文字式を変形して見つける。 $(10a+b)(10a+c)$ $=100a^2+10ac+10ab+bc$ $=100a^2+10a(b+c)+bc$ となり $b+c=10$ のとき， $100a^2+100a+25$ $=100a(a+1)+25$ となるから。	・解決の見通しが立たない生徒には，キーワードを生徒に発言させたり，それらを板書したりロイロノートで生徒のノートの様子を共有したりして，自分なりの考えがもてるよう促す。
〇（❶の考えを取り上げ，一の位の数が 5 ではなく十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法でも，同じ方法で計算できる数は，一の位の数の和が 10 であることを確認した後，❷の考えを取り上げて）$100a^2+100a+25$ から一の位の数の和が 10 になればよいということがみえてくると考えている生徒がいますが，どのように考えているのかな？	・❶，❷，❸の順に生徒の考えを取り上げる。 ・❷の考えが出ない場合には，「前の時間の文字式による説明を振り返って，$100a^2+100a+25$ から一の位の数の和が 10 になればよいということがみえてこないかな？」と問いかける。

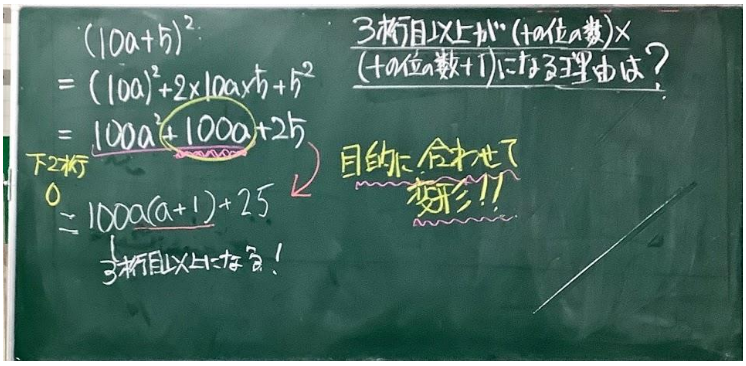
・$100a$ はもともと $50a+50a$ で，$50a$ は一の位の数と $10a$ の積だから，$100a$ をつくるには，例えば $60a+40a$，$70a+30a$ のように一の位の数の和が 10 になればよい。 ・$100a^2$ は十の位の数の積同士で必ずできて，$100a$ をつくることがポイントなので，$100a$ をつくれるような条件を考えればよい。 ○（❸の考えについて）$100a^2+10a(b+c)+bc$ から，どうして $b+c=10$ という条件がみえてきたのかな？ ・100 をつくりたいから。 ・100 をつくると 3 桁目以上になるから。	・$100a$ は，もともとどんな数であったのか振り返らせる。 ◇前時で学習した速算が可能な数の範囲を広げ，その一般的条件「一の位の数の和が 10」を文字式から論理的に導いている。文字式から事象の仕組みが読み取れることや読み取った仕組みを基にして，新たな速算をつくっている。（ロイロノート）【思考・判断・表現】
3　振り返り ○一の位の数が 5 ではなく十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法でも，同じ方法で計算できる数を見つけるときに，どんな考えが大切だったかな？ ・文字式から条件を見つけること。 ・文字式をみて発展させて考えていくことができること。 ○みなさんなら，このあとどんなことを考えるかな？ ・十の位の数の和が 10 で，一の位の数が同じ場合にも速算する方法があるのかな？ ・2 桁の数だけではなく，3 桁の数の場合にも速算する方法があるのかな？ ○「レポート課題」に取り組もう。	・4 段筆算や文字式により証明させていくことも考えられる。 $(10a+c)(10b+c)=100ab+10(a+b)c+c^2$ $a+b=10$ より， $100ab+100c+c^2=100(ab+c)+c^2$ ・オープンな問いかけをして，自ら進んで学ぼうとする態度に誘う。また，ロイロノートで生徒の考えを共有し，学びを促進する。 ・例えば「324×376 のような百の位の数が同じで，十の位の数の和が 100 となる場合」，「324×326 のような百の位と十の位の数が同じで一の位の数の和が 10 となる場合」，「324×684 のような百の位と十の位の数の和が 1000 となり一の位の数が同じ場合」などが考えられる。 ・「レポート課題」を配布する。

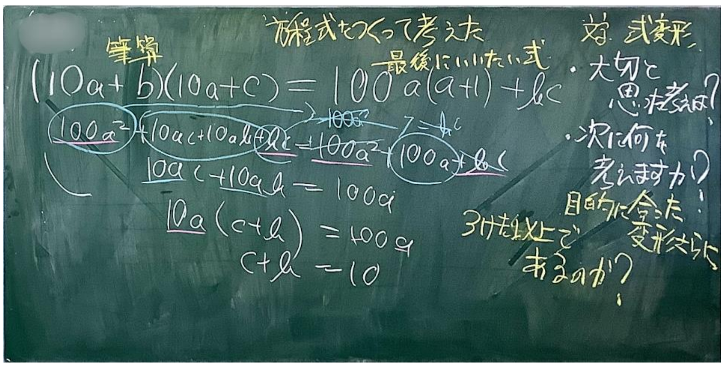
レポート課題　～速算の探究～

授業で速算方法「一の位の数が 5 で十の位の数が同じ 2 桁の数同士の乗法は，積の下 2 桁が一の位の数の積，3 桁目以上が十の位の数と十の位の数に 1 をたした数の積になる」が成り立つ理由を次の板書のように明らかにしました。



そして，「一の位の数が 5 ではなく十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法でも同じ方法で計算できる数はあるのか」について考え，速算方法「一の位の数の和が 10 で十の位の数が同じ 2 桁の数の乗法は，積の下 2 桁が一の位の数の積，3 桁目以上が十の位の数と十の位の数に 1 をたした数の積になる」が成り立つ理由を次の板書のように明らかにしました。





問題

「十の位の数の和が 10 で一の位の数が同じ 2 桁の数の乗法」にも**速算方法**があることが知られています。このことについて，次の（1）から（3）の各問いに答えなさい。

（1）　この**速算方法**は，どんな方法でしょうか。「～は，・・・になる。」という形でかきなさい。

（2）　（1）の**速算方法**が成り立つ理由を，あなたなりに説明しなさい。

(3)　授業やこのレポート学習した速算方法のほかに，どんな速算方法があるのか探して，「～は，・・・になる。」という形でかき，それが成り立つ理由をあなたなりに説明しなさい。

評価表

評価については，以下の通りです。　※A の中で極めてよいものは A＋

評価の観点	B の評価規準（□：具体的な A の姿の例）	評価
思考・判断・表現	(1)　条件「十の位の数の和が 10 で一の位の数が同じ 2 桁の数の乗法」の下で，見いだした事柄を数学的に記述できる。 (2)　(1)で見いだした事柄が成り立つ理由を筋道立てて考え説明できる。 □　「(2)」の説明に授業で取り上げた説明を関連付けている。 □　条件の変え方を工夫して本質に迫っている。	
主体的に学習に取り組む態度	(2)　(1)で見いだした事柄が成り立つ理由を筋道立てて考え説明しようとしている。 (3)　ほかに，どんな速算方法があるのか調べようとしている。 □　探究の過程をわかりやすく説明しようとしている。	

参考文献

澤田利夫ほか（2016）．中学数学　３．教育出版株式会社.

藤井斉亮ほか（2016）．新編 新しい数学　３．東京書籍株式会社.

藤原大樹（2018）．中学校数学サポート BOOKS 「単元を貫く数学的活動」でつくる 中学校数学の新授業プラン．明治図書出版株式会社.

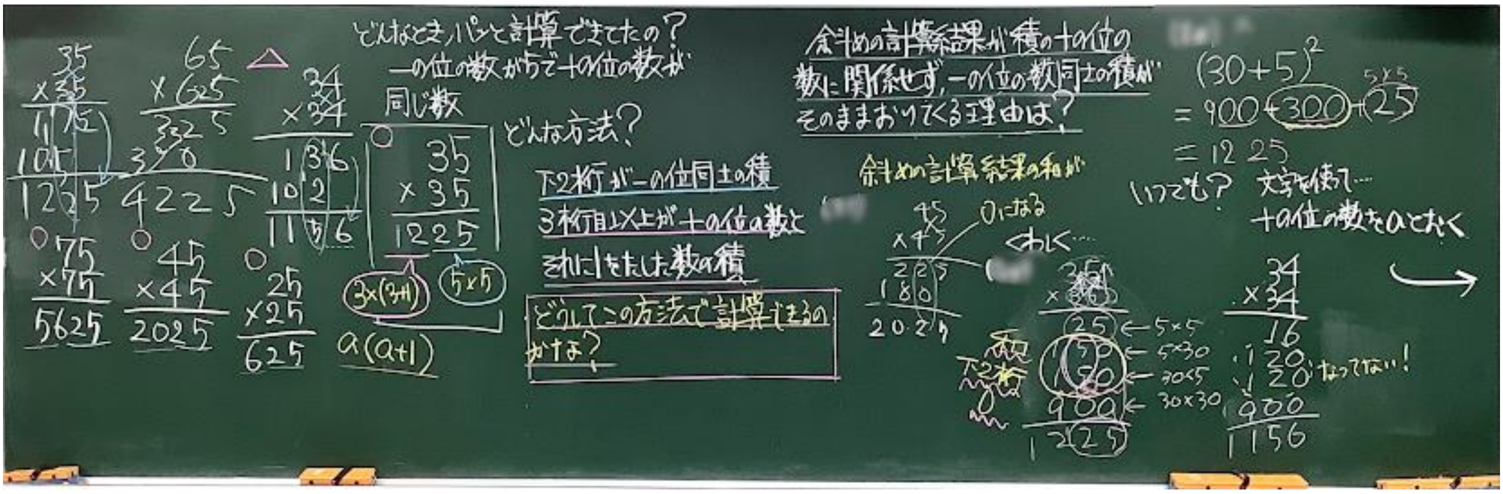
小岩大（2020）．生徒の文字式利用の様相に関する一考察－速算の探究に焦点を当てて－．日本数学教育学会誌，102（7）.

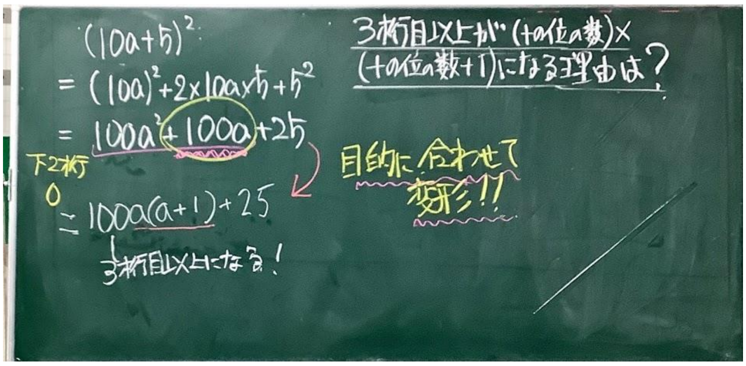
中村光一（2017）．速算をつくる活動における数学的に考えることの分析．藤井斉亮先生ご退職記念論文集編集委員会編．数学教育学の礎と創造－藤井斉亮先生ご退職記念論文集．東洋館出版社.

藤原大樹（2015）．中学校数学科における数学的な思考力・表現力及び自律的活動力の育成を目指したレポート作成の実践．横浜国立大学教育人間科学部附属横浜中学校 個人研究論文集第 10 号.

補助資料

18/20 校時目　板書





19/20 校時目　板書