公開授業　第２学年　数学科学習指導案

【題材名】　平行四辺形の性質

【主な数学的活動】 イ．数学の事象から見通しをもって問題を見いだし解決したり，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする活動
ウ．数学的な表現を用いて，論理的に説明し伝え合う活動

【テーマ】　平行四辺形の性質や平行四辺形になるための条件に関する指導では，既に学習した平行線の性質，三角形の合同条件などを基にして，演繹的に推論することによってそれについて考察し,図形の理解を深めるとともに,論理的に確かめ表現する力を養うことがねらいである．このねらいの実現に向けた「数学的活動の充実」とは，既に学習した事を基にして学級全体や個人で演繹的に推論する活動の充実と考える．本時においては,「算数の学習を踏まえた問題を設定する」,「証明の方針を検討する段階で，発想の源を問い補助線のよさを顕在化させる」の２点を,「数学的活動の充実」につながる手立てとする．

授 業 者　北海道教育大学附属釧路義務教育学校 後期課程　赤本純基
授業学級　釧路市立鳥取西中学校　２年１組

１．本時の目標

平行四辺形の定義を知り，平行四辺形の２組の対辺は，それぞれ等しいことの証明の方針を立てることができる．

証明で辺が等しいことを示すために，それらを辺にもつ合同な三角形がみつからない場合には，そのような三角形をつくればよいことを見いだすことができる．

２．本時の位置づけ

本時で育みたい資質・能力は，学習指導要領のＢ図形⑵イ(ア)「三角形の合同条件などを基にして三角形や平行四辺形の基本的な性質を論理的に確かめたり，証明を読んで新たな性質を見いだしたりすること.」にあたる．本時はこの資質・能力を数学的活動，特に「イ．数学の事象から見通しをもって問題を見いだし解決したり，解決の過程や結果を振り返って統合的・発展的に考察したりする活動」を通して育む授業として位置づく．

３．本時の主張

本時は小単元「平行四辺形」の第１時である．この小単元では，既に学習した平行線の性質，三角形の合同条件などを基にして，演繹的に推論することによって平行四辺形の性質や条件について考察し，図形についての理解を深めるとともに，論理的に確かめ表現する力を養うことがねらいである．指導に当たっては，定義や定理，命題の逆の意味や，仮定，結論を明らかにして証明することなどの意味についての理解を促し，命題を証明することに少しずつ慣れさせていきたい．特に，証明ができるようにするためには，命題の仮定と結論を押さえた後，いきなり証明を書かせるのではなく，証明の方針を立てる活動を取り入れることが大切である．

本時は小単元の導入であるので，証明の方針を立てることを指導の重点とし目標として設定した．小単元の学習の中で，目標設定を証明の方針を立てることから，方針に基づいて証明することに段階的に設定していくことで，小単元のねらいの達成に近づけられるように指導したい．

(1)　算数の学習を踏まえた問題を設定する

導入では，条件を満たす図を，自分なりにノートにかかせつつ，教師も代表としての図を板書し，「向かい合った２組の辺が平行な四角形ってなんていう四角形だったかな？」と問いかける．生徒は算数で学習したことを基に「平行四辺形」と発言するであろう．ここで，平行四辺形の定義，対辺，対角の用語について教える．

次に，はじめに書いた図を基に「▱ABCD にはどんな特徴があるでしょうか.」と問う．特徴という言葉を使ったのは，算数で平行四辺形について学んだときに使った言葉だからである．生徒は自然と算数の学習を振り返り，平行四辺形の特徴を発言することができるであろう．そして，等しい線分や角の組の特徴や点対称な図形であることなどを見いだした後に，平行四辺形の形はそれぞれ異なるのにいつでもその特

徴が成り立つのかと問い，証明の一般性の理解を図っていく．

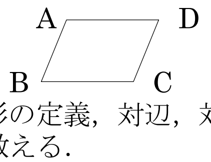
このように導入では，生徒に小学校の学習内容を振り返りながら，平行四辺形をかいたり，平行四辺形の特徴を見いだしたりする経験をさせる．平行四辺形という事象に深くかかわる経験が，本時で取扱う命題理解につながり，証明の方針の検討に向けた土台づくりとなると考える．

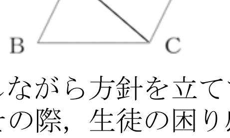
⑵　証明の方針を検討する段階で，発想の源を問い補助線のよさを顕在化させる

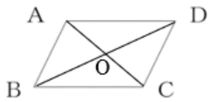
生徒はこれまでの学習で，「辺が等しいことを示すためには，それらを辺にもつ合同な三角形をみつければよい」という証明の方針を立てる方法知については学んでいる．そこで，本時では「辺が等しいことを示すために，それらを辺にもつ合同な三角形がみつからない場合には，そのような三角形をつくればよい」という方法知を学ぶ展開とする（辻山・油井，2014）．ここでいう補助線のよさとは，証明に必要な図形の性質を使えるような図をつくることができるよさである．生徒は，この方法知について，命題「三角形が二等辺三角形ならば２つの角は等しい」を証明する際にも学んでいる．しかし，このような方法知は一度授業で学んだからといって一朝一夕に身に付くものではないと考える．したがって，本時の目標として位置付けた．

命題「四角形 ABCD が平行四辺形ならば，2 組の対辺はそれぞれ等しい」の証明に取り組ませると，多くの生徒は手が止まると考える（勤務校 7 割程度，公立連携校 8 割程度）．そこで，「結論は辺が等しいことをいいたいのだけれど，辺が等しいことをいうために，今まで何を示してきたのかな？」と問う．そして，生徒の「AD＝BC，AB＝DC を証明するためには，それらをふくむ三角形が合同であることがわかればいい．」，「三角形がないならつくればいいんじゃないか」などの声を生かし，補助線を引く文脈をつくる．補助線 AC が示されると，多くの生徒は証明の方針が立てられるであろう（勤務校 8 割程度，公立連携校 6 割程度）．ここで，AC が示されていてもなお，証明の方針がはっきりしない生徒のために，AC をひいた生徒に「どうして AC をひこうと思ったの？」と尋ねる．すると，「対角線 AC をひき，AB＝DC をいうために，AB と DC を含む△ABC と△CDA の合同を示せばよいと思った．」，「△ABC と△CDA の合同を示すためには，仮定の AB//DC，AD//BC を使って，平行線上の錯角の性質が使えそうだと思った．」などといった考えを引き出すことができる．そして，解決の過程を振り返り，「どのように証明すればよいのか，証明の方針を立てるときのポイントは何だったかな？」と問いかけ，「辺が等しいことを示すために，三角形がみつけられなかったら，自分で補助線を引いて結論を含む三角形をつくる．」という考えを引き出す．このように，補助線のよさを顕在化させていく．

４．本時の展開

主な学習活動と予想される生徒の反応	指導上の留意点
１．平行四辺形の特徴を見いだす T1：２組の向かい合う辺がそれぞれ平行な四角形（AB//DC，AD//BC）をノートに書こう． S1：右図など T2：このような四角形の名前は何だったかな？ S2：平行四辺形． T3：四角形の向かい合う辺を対辺，向かい合う角を対角といいます．２組の対辺がそれぞれ平行な四角形を平行四辺形といいます（定義）．また，平行四辺形 ABCD を▱ABCD と書くことがあります． **問題**　▱ABCD にはどんな特徴があるでしょうか． S3：２組の対辺はそれぞれ等しくなる．（AD＝BC，AB＝DC） S4：２組の対角はそれぞれ等しくなる．（∠A＝∠C，∠B＝∠D） S5：２本の対角線がそれぞれの中点で交わる．（AO＝CO，BO＝DO）	・条件を満たす図を，自分なりにノートにかかせつつ，教師も代表としての図を板書する．  ・平行四辺形の定義，対辺，対角の用語については教える． ・小学校の学習を振り返ったり，実測したりして，特徴を引き出していく． ・S5～S7 の考えについては，無理に取り扱わない．

S6：となり合う角の和は１８０°になる． （∠A＋∠B＝１８０°，∠C＋∠D＝１８０°） S7：点対称な図形．（１０分）	・ここで引き出した特徴を小単元の学習で証明していく文脈としたい．
２．証明の必要性に気付く T4：皆さんのノートの図の平行四辺形 ABCD は形や大きさがバラバラなのに，いつでも２組の対辺の長さは等しくなるといえるのかな？ S8：たぶんいえる．小学校のときに学んだ．実際に測っても等しくなっている． T5：実際にいくつかの図について測っただけで，いつでも等しいといえるのかな？ S9：証明しないと，いつでも，とはいえない． T6：証明する事柄を，「～ならば…」という形で表すと，どのように表せるのかな？ S10：四角形 ABCD が平行四辺形ならば，２組の対辺はそれぞれ等しい． S11：四角形 ABCD で，AB//DC，AD//BC ならば，AB＝DC，AD＝BC． **課題**　四角形 ABCD が平行四辺形 AB//DC，AD//BC）ならば，２組の対辺はそれぞれ等しい（AB＝DC，AD＝BC）ことは，どのように証明すればよいのかな？（５分）	・周囲の生徒とかいた平行四辺形を比較させ，いつでも２組の対辺の長さは等しくなるといえるのか問いかける． ・証明は，命題が常に成り立つことを明らかにする方法であることを理解できるように働きかける． ・S11 の発言が引き出されない場合は，「S10 の事柄を式で表すと，どのように表せるのかな？」と問う．
３．証明の方針を立てる T7：黒板にかいた図は，条件に当てはまるすべての図の代表とします．仮定と結論は何かな？ S12：仮定は，AB//DC，AD//BC．結論は，AB＝DC，AD＝BC． T8：では，自分なりに証明を書こう． S13：個人思考 T9：仮定から結論が導けるように証明の方針を立てよう．何に困っているのかな？ S14：どうしたらいいかわからない． T10：結論は辺が等しいことをいいたいけれど，辺が等しいことをいうために，今まで何を示してきたのかな？ S15：AD＝BC，AB＝DC を証明するためには，それらをふくむ三角形が合同であることがわかればいい． S16：三角形がみつからない場合どうすればよいのかわからない． S17：三角形がみつからないなら，つくればいい． T11：どんな補助線を引けばよさそうかな？ S18：対角線 AC を引いた． T12：どうして AC を引こうと思ったのかな？ S19：AD と BC，AB と DC を含む△ABC と△CDA の合同を示せばよいと考えて，その２つの三角形をつくるために引いた． T13：△ABC と△CDA の合同を証明するために，仮定から等しいといえそうなところはどこかな？ S21：平行線の錯角は等しいから，AB//DC より，∠BAC＝∠DCA・・・① S22：平行線の錯角は等しいから，AD//BC より，∠BCA＝∠DAC・・・② T14：あとは何がいえればよいのかな？ S23：AC は共通・・・③ S24：１組の辺とその両端の角がそれぞれ等しいか	・仮定と結論を明確にする． ・まずは試行錯誤させるようにし，証明をすることの困難さを共有した上で，証明の方針を立てる文脈とする． ・自分なりに立てた方針と，全体で立てた方針はノートに書き分けるように伝える． ・生徒の困り方を共有し，結論を導くためには三角形をつくる必要があることを引き出し，補助線のよさの実感につなげる． ・AC を引いた理由を問い，発想の源を引き出していき，AC を引く考えがもつよさを顕在化する．生徒の実態によっては，AC を引くことは，△ABC と△CDA をつくることだけでなく，それらにおいて共通する辺をもつくることを意味することにも気付かせてもよい．  ・試行錯誤しながら方針を立てていくようにする．その際，生徒の困り感を顕在化させ，話合いの中で全生徒が納得できる

<table>
<tr>
<td>ら$\triangle ABC \equiv \triangle CDA$. 合同な図形の対応する辺は等しいから AB＝DC，AD＝BC.
T15：他の補助線を引いても証明できるのかな？
S25：対角線 BD を引いた.
T16：BD を引いた場合は AC を引いた証明と全然違う証明になるのかな？
S26：ほとんど同じ.
S27：対角線 AC, 対角線 BD を引いた. AD と BC, AB と DC を含む$\triangle AOB$と$\triangle COD$の合同を示せばよいと考えた.
S28：$\triangle AOB$と$\triangle COD$の合同を示すためには，仮定の AB//DC，AD//BC を使って，平行線上の錯角の性質が使えそうだ.
S29：等しい辺の組をみつけることができない.
T17：ここまでを振り返ると，どの補助線を引けば証明できそうかな？
S30：対角線 AC か BD を引けばできそう.
T18：対角線 AC を引いて考えれば証明の方針を立てられましたね. 証明の方針を基に，証明の流れを言葉で隣の人に伝えよう．うまく伝えられた人から，証明の方針をもとに証明を書こう.
S31：口頭証明　（３０分）</td>
<td>ように，指名計画を立て，話合いの記録を板書する．特に，どの辺が平行であることを用いて角が等しいことがいえたのかの対応関係について困り感をもつ生徒が多いので，丁寧に確認する.
・BD を引いた場合の証明の方針を立てる中で，AC，BD どちらでも同様に証明できることに気付かせたい.
・補助線のよさを顕在化するために，別の考えと比較する活動を取り入れることも考えられる．特に，AC を引く必要性を明確にするために，言わば“そうでない考え”と比較する活動を取り入れることも考えられる.


◎平行四辺形の２組の対辺は，それぞれ等しいことの証明の方針を立てることができたか.
・証明を書くことに時間は割かず，宿題とする.</td>
</tr>
<tr>
<td>**４．解決の結果や過程を振り返る**
T19：AB＝DC，AD＝BC が導けたということは，平行四辺形のどんな特徴がいつでも成り立つことが導けたのかな？
S32：平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しいということがいつでも成り立つことが導けた.
T20：証明できたので, 今後は根拠として使えます. 教科書でも確認しましょう.
T21：ここまで学んだことを振り返ると，四角形 ABCD が平行四辺形（AB//DC，AD//BC）ならば，２組の対辺はそれぞれ等しい（AB＝DC, AD＝BC）ことはどのように証明すればよいのか, 証明の方針を立てるときのポイントは何だったかな？
S33：辺が等しいことを示すために，三角形がみつけられなかったら，自分で補助線を引いて結論を含む三角形をつくる.
T22：今日の授業では平行四辺形の定義から，平行四辺形の性質を１つ証明することができました．図で示すと次の通りです（右図)．ところで, 先ほどの証明から，はじめにあげた特徴について，他に示せたことはないのかな？　（５分）</td>
<td>

・定理「平行四辺形の２組の対辺はそれぞれ等しい」をまとめる．その際，今後は「根拠として使える」ことを伝える．また，教科書でのおさえも確認する.
◎証明で辺が等しいことを示すためには，それらを辺にもつ合同な三角形がみつからない場合には，そのような三角形をつくればよいことを見いだすことができたか.
・次の図を示し，小単元末の振り返りで命題をつなげて考える契機とする.


・証明を振り返り，はじめに見いだした特徴についても成り立つことはないか考えるように促し，次時につなげる.</td>
</tr>
</table>

＜参考文献＞

辻山洋介・油井幸樹 (2014).「平行四辺形の性質」において課題探究として証明することの授業化. 日本数学教育学会誌 96(9)．22-25．https://doi.org/10.32296/jjsme.96.9_22